УДК 656.072

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ КЛАСТЕРНЫХ СЕТЕВЫХ СТРУКТУР В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ТРАНСПОРТНО-РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ГОРОДОВ

Пугачёв И. Н. – канд. техн. наук, доц. кафедры «Автомобильные дороги», тел.: 8-914-540-3234, e-mail: pin@dvadi.khstu.ru; *Бурков С. М.* – канд. физ.-мат. наук, директор ЦНИТ, тел.: 8-914-544-0809, burkov@khb.ru (ТОГУ)

Разработан комплекс математических моделей, адекватно описывающих временные характеристики развивающихся транспортно-распределенных систем городов с возможностью оптимизации в любой момент времени по заданному набору параметров.

Several mathematical models are developed that adequately describe time parameters of transportation-distribution systems in cities with the possibilities of optimization any time according to the given set of parameters.

Ключевые слова: пропускная способность; транспортно-распределительная система; сетевые графические модели; транспортный объект; транспортные услуги, математические модели, кластер, теория графов.

Введение

В условиях постоянного роста автомобилизации и сопутствующего ему роста объёмов движения автотранспорта важной задачей представляется создание эффективных транспортно-распределительных систем (ТРС), обеспечивающих доступ участников дорожного движения к имеющимся ресурсам магистральных автотранспортных сетей.

Одной из важных задач функционирования ТРС муниципального образования является задача оптимизации движения транспортных потоков на городских магистралях. Эта задача может быть решена путем динамического подбора режимов работы светофоров при заданных интенсивностях потоков, не превышающих пропускную способность транспортных магистралей. Постановка этой задачи представляет интерес в пределах суточного цикла и предполагает непрерывное отслеживание дорожно-транспортной обстановки в пределах рассматриваемого объекта. Для ее решения требуется разработка модели ТРС, описывающей ее состояние в плане топологии, характеристик магистралей, объектов притяжения транспортных средств и их классификации. Очевидно, что данную модель в пределах рассматриваемого интервала времени можно рассматривать как статическую, в том смысле, что ее топология не изменяется. Временная динамика данной модели в пределах рассматриваемого интервала времени задается динамикой транспортных потоков, распределением нагрузки на магистрали и узлы ТРС. В зависимости от постановки задачи такую модель можно строить с различной степенью детализации объектов притяжения, путем объединения (кластеризации) мелких объектов в более крупные, которые можно описать системой интегральных параметров.

Понятие кластера в условиях решения транспортной задачи

Пусть модель некоторой системы описывается множеством элементов $S = \{s_1, s_2, .., s_n\}$, не имеющих внутренней структуры. Введем операцию *D*, такую, что ее применение к множеству *S* порождает набор таких подмножеств, что $S = \bigcup_{j=1}^{M} S_j^{(1)}$, $\hat{D}S = S^{(1)}$. Элемент полученного множества будем называть кластером первого порядка множества ***S***. Очевидно, что многократное применение такой операции определит последовательность моделей с различной степенью детализации $\hat{D}S^{(k)} = S^{(k+1)}$. Определение операции ***D*** производится исходя из конкретной модели рассматриваемой структуры. Так, например, если рассматривается транспортно-распределенная система города, то операция определяется исходя из географических соображений. Соответственно уровнями кластеризации будут дом, квартал, район и т. д. Взаимодействие элементов подмножеств на каждом уровне детализации описывается системой связей, параметры которых задаются конкретной моделью. Таким образом, без нарушения общности, можно сказать, что кластерная модель, с учетом межкластерного взаимодействия представима как задача на графе. Для конкретизации и построения модели требуется определить принципы построения топологии системы на определенном классе задач и систему базовых параметров модели.

Ниже будет рассмотрен процесс формирования кластерной модели на примере моделирования задач оптимизации автомобильного трафика в условиях муниципальных образований.

Описание топологии транспортно-распределительных систем

При моделировании динамики транспортных потоков внутри муниципальных и (или) региональных образований можно выделить подмножества вершин и ребер, которые достаточно тесно связаны между собой и имеют ограниченное число связей с другими подмножествами. Как указывалось выше, определение набора подмножеств требует задания операции ***D***. В данном случае эта операция определяется как функция координатного отбора с учетом административно-территориального деления.

Пример построения графической кластерной модели приводится на рис. 1.

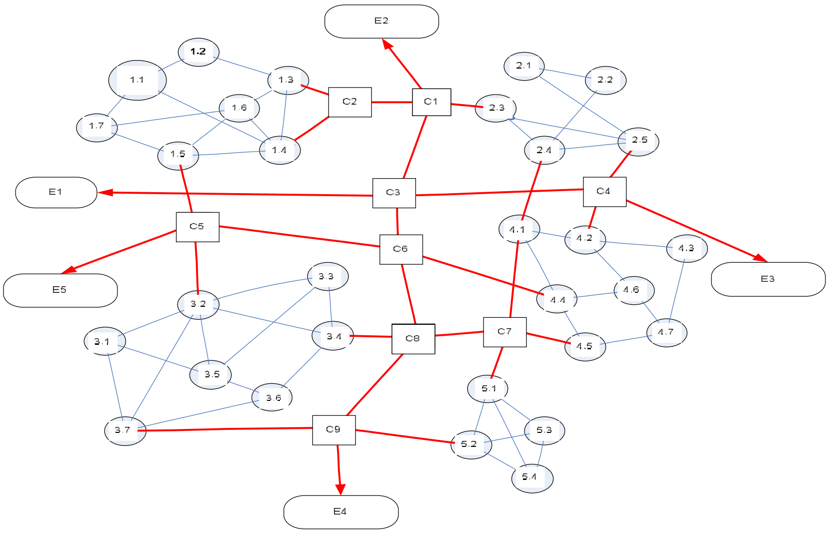

Рис 1. Пример построения модели кластера *n*+1 порядка

Таким образом, модель задана графом $G(X, \Gamma)$, где $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ – множество вершин графа, соответствующее множеству узлов транспортно-распределенной системы города, где *n* – общее число узлов, вершина x_i соответствует узлу номер *i*, а $\Gamma = \{(x_i, x_j)\}$, $(i, j = 1,2,...,n)$ – множество ребер графа, соответствующее возможным магистральным связям между узлами, задаваемое парами (x_i, x_j), где каждой паре (ребру) (x_i, x_j) соответствует участок магистрали (перегон) между узлами (вершинами) *i* и *j*. Каждому ребру графа поставлен в соответствие вес ребра. Вес ребра (x_i, x_j) равен $u((x_i, x_j)) \geq 0$. Если ребра, связывающего вершины x_i и x_j нет, то $u((x_i, x_j)) = 0$. Под весом ребра $u((x_i, x_j))$ будем понимать пропускную способность магистрали между вершинами x_i, x_j. В связи с тем, что в общем случае матрица пропускной способности может быть несимметрична, данный граф следует рассматривать как ориентированный.

На приведенном примере показан граф, соответствующий кластерной системе со степенью детализации, равной двум, то есть, детализованы кластеры порядка *n+2*. Граф, соответствующий модели с детализацией первого порядка, приведен на рис. 2.

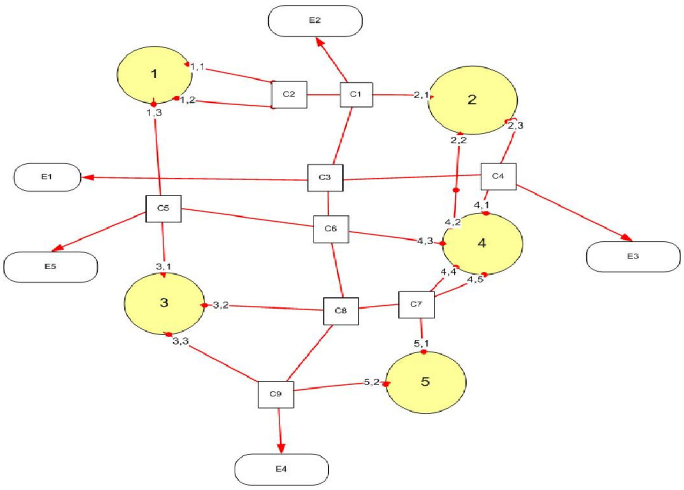

Рис 2. Кластерная модель с детализацией *n*+2 порядка

Как видно из рис. 1, 2, вершины графа, обозначенные кругами, представляют объекты, имеющие внутреннюю структуру (определенное число объектов притяжения транспорта внутри микрорайонов). Параметры этих объектов определяют уровень автомобильного трафика между ними и соответственно транспортную нагрузку на магистрали. Каждый такой объект, имеет свою систему входов и выходов, причем суммарный входящий трафик не равен исходящему. Другими словами, объект представляет собой систему стоков и источников трафика. Второй тип вершин, приведенных на рисунках, обозначен квадратами (*Ci*), задает функцию управления и маршрутизации трафика. Суммирование трафика по всем входам и выходам таких вершин, за определенный промежуток времени *T*, называемый периодом управления, должен быть равен нулю. Каждая такая вершина задается функцией управления, которая в идеальном варианте периодична во времени, однако в общем случае период управления может являться дискретной функцией времени. Топология задается матрицей связанности системы. Введем далее определение порядка кластерной вершины как числа входов и выходов из нее. Из рис. 2 следует, что вершины 1, 2, 3 имеют степень 3, вершина 4 имеет степень 5, вершина 5 – степень 2. Пусть далее m_i – вектор входов и выходов кластера *i*. Сопоставим данному вектору в соответствие матрицу характеристик их внутреннего взаимодействия. g^i_{kj}. Здесь *i* – номер кластерной вершины. Данная матрица определяется из внутренней топологии кластера и постановкой конкретной задачи.

Таким образом, каждая кластерная вершина может быть представлена в векторе *X*, m_i элементами, где m_i – степень вершины. Определим размерность вектора X и матрицы связанности Г. Пусть n – число кластерных вершин, М – число маршрутизирующих узлов, тогда размерность вектора X определится как $K = \sum_{i=1}^{n} m_i + M$, соответственно размерность матрицы связанности Г будет $K \times K$.

Базовые характеристики модели

Рассмотрим характеристики данной модели в приложении к описанию состояния транспортно-распределенная система города, заданной вершинами и ребрами графов, представленных на рис. 1, 2. Исходя из этого, определим свойства вершин и ребер графа.

Характеристики ребер графа (транспортных магистралей)

В рассматриваемой здесь модели ребрами графа являются участки (перегоны) дорог (улиц) городского и районного значения, не содержащие перекрестков, светофоров и въездов и выездов. Предполагается, что движение на данных участках ограничивается только свойствами вершин, которые соединяются данным ребром и параметрами магистрали. Будем считать, что весовые параметры ребер на данном интервале не меняются. Пусть далее вектор $\vec{R}_{ij}$ – набор независимых параметров магистрали между вершинами (i, j). Под системой независимых параметров будем понимать набор таких характеристик ребра, которые не могут быть выражены через остальные. Таким образом, применительно к графам (рис. 1, 2) компонентами вектора $\vec{R}_{ij}$ будет набор матриц, размерность которых определяется размерностью матрицы связанности. Так, для описания транспортно-распределенной системы города данный вектор может быть представлен в следующем виде:

$R_{ij} = R(L_{ij}, P_{ij}, V_{ij})$, где L_{ij} – матрица длин участков (перегонов) между вершинами (i, j). P_{ij} – матрица, характеризующая пропускную способность магистрали от вершины i к вершине j. Фактически данная матрица задает количество полос движения в заданном направлении. V_{ij} – матрица скоростных ограничений на заданном участке дороги. Данные параметры являются базовыми для рассматриваемой модели в том смысле, что их можно считать постоянными на значительном интервале времени. Очевидно, что диагональные элементы данных матриц не имеют смысла и без нарушения общности могут быть положены равными нулю. Из данных параметров могут быть рассчитаны предельные характеристики для составления матриц ограничений. Так, например, минимальный интервал времени движения транспортного средства по магистрали (i, j) может быть вычислен по формуле: $t_{ij} = L_{ij}/V_{ij}$. Введем далее параметры заполнения дороги транспортными средствами. Пусть $l_k, k = 1,...,r$ – набор габаритов транспортных средств, осуществляющих движение в рассматриваемом населенном пункте. Пусть далее r_{ij}^k – вероятность того, что некое транспортное средство, движущееся в направлении (*i, j*), имеет габарит l_k, тогда среднестатистическая длина транспортного средства с учетом интервала движения Δ, на направлении (*i, j*) может быть вычислена в соответствии со следующим выражением:

$$\overline{l}_{ij} = \frac{1}{r}\sum_{k=1}^{r} r_{ij}^{k} l_k + \Delta . \qquad (1)$$

Соответственно максимальное количество транспортных средств, которые могут находиться на магистрали (*i, j*): $g_{ij} = L_{ij} P_{ij} / \overline{l}_{ij}$. Аналогично можно ввести множество необходимых параметров, требуемых для решения конкретной задачи.

Характеристики вершин графа

Как уже указывалось выше, мы выделили два типа вершин. Первый – кластерные объекты – характеризуют промышленную, экономическую и социальную инфраструктуру муниципального образования, они определяют потоки транспорта, места парковки, другими словами – являются генераторами и потребителями транспортных потоков. Каждая такая вершина имеет набор въездов и выездов, связанных между собой матрицей переходных функций, определяемых исходя из деталировки кластера. Пусть далее ***M*** – множество источников транспортных средств, которое можно представить в следующем виде:

$$M = \bigcup_{i=1}^{z} M_i , \qquad (2)$$

где M_i – множество источников транспортного движения, привязанное к кластеру *i*, *z* – общее количество кластерных вершин. Каждый элемент множества M_i (источник транспортных средств) представим в виде вектора m_{ik}, где i – индекс кластера, k – номер источника в кластере. $m_{ik} = (\eta, l_1,..., l_\eta)$, где η – вес источника (число транспортных средств), l_j – их габариты. Тогда параметры кластера как суммарного объекта притяжения определятся как сумма всех внутри кластерных объектов.

Основные определения модели

Для дальнейшей конкретизации модели дадим несколько определений основных параметров и характеристик, необходимых для постановки задач. В дальнейшем под общим термином сеть будем понимать автотранспортную сеть рассматриваемого образования, базовым узлом сети будем называть кластерное образование, генерирующее или поглощающее транспортные потоки, узлом управления будем называть вершины графа, участвующие только в маршрутизации транспортных потоков и их управлении. В приложении к различным порядкам кластеризации моделируемого объекта можно дать рекурсивное определение базовой сети кластера как сети городских магистралей, связывающих основные объекты рассматриваемой структуры, ее входы и выходы.

Расчет нагрузки на узлы и магистрали базовой сети

Для учета временной динамики развития базовой транспортной сети рассматриваемого объекта и возможные изменения в структуре участников движения делается предположение, что развитие происходит поэтапно, за достаточно продолжительные интервалы времени, на которых параметры модели можно считать постоянными. Для учета этого факта, все переменные, приводимых ниже алгоритмов, имеют индекс r, соответствующий номеру рассматриваемого этапа.

.

Расчет параметров потоков между узлами

Прежде чем приступить к решению задач формирования структуры сети, необходимо определить параметры потоков данных между узлами сети. Поток между узлами *i* и *j* - $P_r(i,j)$ есть суммарный поток всех типов транспортных средств на этих узлах. При этом считается, что узлы с номерами *i* и *j* входят в состав узлов, которые могут входить в состав базовой сети, т. е. $x_{0ri}=1$ и $x_{0rj}=1$, $(i,j=1,2,...,n)$. Пусть $\lambda^{ij}_{rnk}(t)$ – вероятность появления транспортного средства, осуществляющего перевозки между объектами *n* и *k* в момент времени *t* на перегоне (*i, j)*, тогда интенсивность потока $P_r(i,j)$ вычисляется по формуле:

$$N_{rij} = \sum_{n=1}^{c_i} m_{rn} \sum_{k=1}^{c_j} \lambda^{ij}{}_{rnk}(t) m_{rk} \quad ,(i,j=1,2,...,n). \qquad (3)$$

Справедливость выше приведенного выражения следует из того, что в нем суммируются интенсивности транспортных потоков от узла *i* к узлу *j* от объектов генерации потоков всех типов, находящихся на узле *i* к объектам потребления всех типов, находящимся на узле *j*.

Суммарная интенсивность потоков, ассоциированных со всеми объектами типа *m* узла *i* всем объектам типа *m* узла *j* – $N^*_{rij}(m)$ вычисляется по формуле:

$$N^*_{rij}(m) = m_{rm}\lambda^{ij}{}_{rmm}(t)m_{rm} \ , \qquad (4)$$
$$(i,j=1,2,...,n; m=1,2,...c).$$

По сути, формула (4) позволяет вычислить суммарную интенсивность потоков между объектами одного типа, расположенными на различных узлах.

Наконец, суммарная интенсивность потоков всех генерирующих объектов типа *m*, передаваемых от узла *i* всем объектам узла *j*, вычисляется по формуле

$$N_{rij}(m) = m_{rm}\sum_{k=1}^{c}\lambda^{ij}{}_{rkm}(t)m_{rk}\,,\quad (i,j=1,2,\ldots,n). \qquad (5)$$

Формулу (5) можно использовать для вычисления множества матриц суммарных интенсивностей транспортных потоков, передаваемых между узлами базовой сети объектами генерации типа m

$$\overline{\mathbf{\Gamma}}_{0r} = \{\mathbf{\Gamma}_{0rm} = \left\|\gamma_{0rmij}\right\|\},$$

где γ_{0rmij} – интенсивность суммарного транспортного потока, передаваемых по транспортным магистралям базовой сети между узлами i и j объектами типа m. В этом случае справедливо равенство

$$\gamma_{rmij} = N_{rij}(m) + N_{rji}(m)\,, \qquad (6)$$

($m = 1,2,\ldots,c; i = 1,2,\ldots,n; j = 1,2,\ldots,n$).

При выводе (6) считалось, что потоки однонаправленные, однако матрица $\mathbf{\Gamma}_{rm}$ симметричная [3], поскольку, $\gamma_{rmij} = \gamma_{rmji}$ для всех ($m = 1,2,\ldots,c; i = 1,2,\ldots,n; j = 1,2,\ldots,n$).

Величина γ_{0rmii} имеет смысл как суммарная интенсивность внутренних потоков объектов типа m на узле i и вычисляется по формуле

$$\gamma_{0rmii} = N_{rii}(m)\,, \qquad (7)$$

($m = 1,2,\ldots,c; i = 1,2,\ldots,n$).

Отметим, что из (3) и (5) следует, что $N_{rij} = \sum_{m=1}^{c} N_{rij}(m)$, это соответствует действительности, поскольку суммарная интенсивность всех потоков от узла i к узлу j равна суммарной интенсивности потоков от объектов всех типов на узле i к объектам всех типов узла j.

Формулу (3) и её аналог, в случае если $i = j$, можно объединить в матричной форме, составив матрицу $\mathbf{A}_r = \left\|N_{rij}\right\|$, ($i, j = 1,2,\ldots,n$) – интенсивностей потоков между узлами и в узлах.

Элементы $N^*_{rij}(m)$ из формулы (4) и её аналога суммарной интенсивности внутренних потоков между всеми объектами типа m присоединенных к узлу j – $N^*_{rjj}(m)$, можно объединить в матрицы $\mathbf{A}^*_r(m) = \left\|\alpha^*_{rij}(m)\right\|$, ($m = 1,2,..,c; i, j = 1,2,\ldots,n$) – интенсивностей потоков между объектами типа m между узлами и в узлах.

Элементы $N_{rij}(m)$ из формулы (5) и её аналога суммарной интенсивности внутренних потоков всех объектов генерации типа m узла j – $N_{rjj}(m)$, объединим в матрицы $\mathbf{A}_r(m) = \left\| N_{rij}(m) \right\|$, ($m = 1,2,..,c; i, j = 1,2,...,n$) – интенсивностей потоков объектов типа *m* между узлами и в узлах.

Из (6) и (7) получим, также:

$$\mathbf{\Gamma}_{0rm} = \mathbf{A}_r(m) + (\mathbf{A}_r(m))^T - diag\,(\mathbf{A}_r(m)), \qquad (m = 1,2,..,M),$$

где символ *T* означает транспонирование матрицы, а $diag(\mathbf{A}_r(m))$ – диагональная матрица, получаемая из матрицы $\mathbf{A}_r(m)$ приравниванием к нулю всех недиагональных элементов.

Таким образом, получены формулы (для расчета параметров потоков между базовыми узлами и внутренних потоков на узлах).

Здесь также следует отметить, что можно обобщить приведенные результаты, если задавать не одну матрицу $\mathbf{\Lambda}_{0r}$, а, например, множество матриц $\{\mathbf{\Lambda}_{0r}(j)\}$, ($j = 1,2,...,n$), задающих интенсивности транспортных потоков между объектами различных типов применительно к узлам сети.

Результаты расчетов по модели (формулы (3)–(6)) являются исходными данными для проведения расчетов при решении частных задач формирования структуры базовой сети

Расчет нагрузки узлов

Пусть при решении частной задачи построен вариант покрывающего дерева. Пусть этот вариант имеет номер *d*. Этот вариант зададим с помощью матрицы смежности $\mathbf{S}_{r_d} = \left\| s_{r_d ij} \right\|$, где $s_{r_d ij} = 1$, если узел *i* связан ребром с узлом *j* и $s_{r_d ij} = 0$, если узел *i* не связан ребром с узлом *j*, ($i, j = 1,2,...,N$) [3].

Отметим, что не все вершины (узлы) могут входить в состав покрывающего дерева на данном этапе, а только те, номерам которых соответствуют единичные компоненты вектора $\mathbf{x}_{0r}$. Ребра покрывающего дерева выбираются из ребер исходного графа для этапа.

Используя матрицу $\mathbf{S}_{r_d}$, можно построить для заданного варианта покрывающего дерева, полученного при решении частной задачи, множество маршрутных матриц узлов $\overline{\mathbf{Z}}_{r_d} = \{\mathbf{Z}_{r_d n}\} = \{\left\| z_{r_d nij} \right\|\}$, ($n = 1,2,..,N$). Каждая матрица $\mathbf{Z}_{r_d n}$ определяет множество маршрутов от узла *n* до всех других узлов при заданной структуре сети (для заданного варианта покрывающего дерева). При этом $\mathbf{Z}_{r_d n} = \mathbf{0}$, если $x_{1r_d n} = 0$, ($n = 1,2,..., N$), т. е. узел номер *n* не входит в состав варианта *d* структуры базовой сети на этапе *r*. **0** – нулевая матрица.

Для построения матриц $\mathbf{Z}_{r_d n}$, ($n = 1,2,...,n$) можно использовать любой из известных алгоритмов поиска пути на графе [4, 3]. Это следует из того, что для древовидного графа маршрут, связывающий любые две вершины, всегда является единственным.

Заключение и выводы

Таким образом, в работе сформулирован подход, позволяющий ставить и решать задачи формирования и оптимизации функционирования ТРС. Представлен комплекс алгоритмов, позволяющий рассчитывать параметры оптимизируемых процессов. На основе данного подхода представляется возможным поставить задачу оптимизации функций управления движением на базовой сети транспортных магистралей с различной степенью детализации муниципальных объектов. Такая задача может быть поставлена и решена методами динамического программирования и имитационного моделирования. Предложенный подход позволяет также описать временную динамику развития ТРС с возможностью поэтапной оптимизации принимаемых решений. В заключение можно добавить, что элемент создания ТРС для грузоперерабатывающих комплексов был рассмотрен ранее в [5], предлагаемый в данной статье подход является развитием методов, разработанных ранее для оптимизации телекоммуникационных систем [6, 7].

Библиографические ссылки

1. *Кофман А., Анри-Лабордер А.* Методы и модели исследования операций. М., 1977.

2. *Харари Ф., Палмер Э.* Перечисление графов. М., 1977.

3. *Кристофидес Н.* Теория графов. Алгоритмический подход. М., 1978.

4. *Кульгин М.* Технология корпоративных сетей: Энциклопедия. СПб., 2000.

5. *Пугачев И. Н.* Развитие городских транспортно-распределительных систем. // Транспорт Урала. 2010. № 1 (24).

6. *Бурков С. М.* Параметры телекоммуникационных систем с поэтапным развитием // Вестник Тихоокеанского государственного университета. 2009. № 3(14).

7. *Бурков С. М.* Алгоритмы и методы поэтапного формирования телекоммуникационных сетей региона. Математическая модель. // Вестник Тихоокеанского государственного университета. 2008. № 1(8).