



УДК 681.324.06

© С. М. Бурков, 2008

АЛГОРИТМЫ И МЕТОДЫ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ РЕГИОНА. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Бурков С. М. – канд. физ.-мат. наук директор ХКЦ НИТ (ТОГУ)

В работе предложена математическая модель оптимального, поэтапного построения региональных телекоммуникационных сетей общего назначения.

A mathematical model for an optimum stage-by-stage development of general purpose regional telecommunication networks is proposed.

Построение различных сетевых структур общего назначения, от телекоммуникационных до дистрибьюторских и торговых, является в настоящее время актуальной задачей и, как правило, выполняется поэтапно. На каждом этапе построения действуют ограничивающие условия, диктующие выбор решения и определяющие результат. В качестве примера можно привести создание образовательной информационной сети Хабаровского края (ХКОИС) [1-4], выполненное в рамках ряда пилотных проектов Тихоокеанским государственным университетом в 2002-2005 гг. Анализ функционирования сегментов создаваемой информационной телекоммуникационной сети (ИТКС), ограничения по предоставленным для создания и эксплуатации ресурсов, поставили задачу развития математического аппарата и системного подхода к решению подобного класса проблем.

Основной целью создания базовой телекоммуникационной сети региона является предоставление всем пользователям возможности доступа к информационным ресурсам и сервисам, предоставляемым региональными, федеральными и международными организациями, а также учреждениями различных форм собственности.

В дальнейшем будем считать, что в регионе существует несколько типов пользователей, отличающихся интенсивностями и набором адресов при обмене данными. Все пользователи сосредоточены в региональных узлах, где находятся узлы связи, обеспечивающие подключе-

ние пользователей к базовой сети. Известно количество пользователей каждого типа на каждом региональном узле и число узлов. Для доступа пользователей к внешним по отношению к региону информационным ресурсам, необходимо наличие региональных узлов, которые имеют выход во внешние телекоммуникационные системы. Кроме того, телекоммуникационная сеть региона должна обеспечивать обмен информацией между пользователями региона и доступ к информационным ресурсам региона только с использованием своих (региональных) каналов связи.

При создании сети используются либо существующие каналы связи провайдеров, либо создаются новые каналы связи между региональными узлами, если существующие не соответствуют предъявляемым требованиям по стоимости или пропускной способности.

1. Общая задача формирования базовой сети

В данном случае решение общей задачи формирования региональной базовой сети предусматривает объединение сетью связи всех региональных узлов и подключение к сети всех пользователей региона. При этом задача решается сразу.

Соответственно, общая задача построения региональной базовой сети может быть сформулирована следующим образом:

Задача 1. (Прямая задача)

Дано:

Параметры базовой сети:

Общее число региональных узлов – N .

Вектор узлов региона, имеющих выход во внешние (федеральные, межрегиональные) сети (каналы связи):

$$d = (d_1, d_2, \dots, d_N), \quad (1)$$

где $d_i = 1$, если узел номер i имеет выход во внешние сети, и $d_i = 0$, если узел номер i не имеет выхода во внешние сети.

Число типов пользователей – M .

Число провайдеров связи в регионе – K .

Вектор количества пользователей различных типов в регионе:

$$m_0 = (m_{01}, m_{02}, \dots, m_{0M}), \quad (2)$$

где m_{0j} ($j = 1, 2, \dots, M$) – число пользователей типа j в регионе.

Множество матриц каналов связи различных провайдеров, соединяющих региональные узлы:

$$H_0 = \{H_{0k} = \{h_{okij}\}\}, \quad (k = 1, 2, \dots, K; i, j = 1, 2, \dots, N), \quad (3)$$



где $h_{0kij} = 0$, если между узлами i и j нет канала связи провайдера номер k , и $h_{0kij} = 1$, если между узлами i и j есть канал связи от провайдера номер k .

Множество матриц ставок оплаты трафика пользователями базовой сети провайдерам связи

$$W_0 = \{W_{0km} = \|\|w_{0kmij}\|\|, (k=1,2,\dots,K; m=1,2,\dots,N; i,j=1,2,\dots,N), \quad (4)$$

где, w_{0kmij} – величина ставки оплаты единицы трафика по каналу связи между узлами i и j пользователем типа m у провайдера номер k .

Множество матриц величин разовых затрат на создание или аренду каналов связи в составе базовой сети региона:

$$U_0 = U_{ok} = \|\|u_{okij}\|\|, (k=1,2,\dots,K; i,j=1,2,\dots,N), \quad (5)$$

где $u_{0kij} \geq 0$ – величина затрат на создание или аренду канала связи провайдера номер k между узлами i и j .

Матрица распределения пользователей по узлам сети на начало этапа r :

$$M_0 = \|\|m_{0ij}\|\|, \quad (6)$$

где m_{0ij} – общее число пользователей типа j на узле номер i , ($i=1,2,\dots,N; j=1,2,\dots,M$).

Матрица интенсивностей информационных потоков между пользователями различных типов базовой сети:

$$\Lambda_0 = \|\|\lambda_{0ij}\|\|, (i,j=1,2,\dots,M), \quad (7)$$

где λ_{0ij} – интенсивность потока данных, передаваемых от пользователя типа i пользователю типа j .

Множество перечисленных исходных параметров базовой сети, необходимых для ее построения, обозначим:

$$NET_0^* = \{N, d, M, K, m_0, H_0, M_0, U_0, \Lambda_0, W_0\}. \quad (8)$$

Общий объем ресурсов, выделенных на создание региональной базовой сети – A^* .

Требуется:

Построить базовую сеть, объединяющую узлы региона, так, чтобы:

$$A_0^* = \min_{H_1, x_1, m_1} \{a_1 S(x_1, m_1, H_1, U_0) + a_2 G(x_1, m_1, H_1, W_0) + a_3 g_1(x_1, m_1, H_1, \Lambda_0) + a_4 g_2(x_1, m_1, H_1, \Lambda_0)\} \quad (9)$$

здесь a_1, a_2, a_3, a_4 – весовые коэффициенты;

$$H_1 = \{H_{1k} = \|\|h_{1kij}\|\|, (k=1,2,\dots,K; i,j=1,2,\dots,N), \quad (10)$$

множество матриц каналов связи, используемых в базовой сети, $h_{1kij} = 1$, если для связи между узлами i и j региональной базовой сети используется канал связи провайдера номер k , и $h_{0kij} = 0$, если канал связи провайдера номер k между узлами i и j не используется;

$$x_1 = (x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1N}), \quad (11)$$

вектор подключенных к базовой сети региональных узлов, $x_{1i} = 1$, если узел номер i подключен к базовой сети, и $x_{1i} = 0$, если узел номер i не подключен к базовой сети;

$$m_1 = (m_{11}, m_{12}, \dots, m_{1M}), \quad (12)$$

вектор подключенных к сети пользователей различных типов, m_{1j} , ($j = 1, 2, \dots, M$) – число пользователей типа j , подключенных к региональной базовой сети;

$$S(x_1, m_1, H_1, U_0), \quad (13)$$

величина реальных затрат на создание или аренду каналов связи базовой сети;

$$G(x_1, m_1, H_1, W_0), \quad (14)$$

величина реальных затрат на создание узлов связи базовой сети;

$$g_1(x_1, m_1, H_1, \Lambda_0), \quad (15)$$

величина реальных затрат на обслуживание каналов связи базовой сети;

$$g_2(x_1, m_1, H_1, \Lambda_0), \quad (16)$$

величина реальных затрат на обслуживание узлов связи базовой сети.

Множество перечисленных параметров базовой сети, получаемых после решения задачи ее построения, обозначим

$$NET_1^* = \{x_1, m_1, H_1\}. \quad (17)$$

Множество

$$R = \{S(x_1, m_1, H_1, U_0), G(x_1, m_1, H_1, W_0), g_1(x_1, m_1, H_1, \Lambda_0), g_2(x_1, m_1, H_1, \Lambda_0)\} \quad (18)$$

будем называть характеристиками базовой сети.

Решение общей задачи должно удовлетворять следующей системе ограничений.

Ограничения:

$$1. \sum_{i=1}^N x_{1i} = N$$

все региональные узлы подключены к сети.

$$2. m_{1j} = m_{0j} \text{ для всех } j = 1, 2, \dots, M$$



все пользователи региона всех типов подключены к сети.

3. Структура базовой сети должна быть полносвязанной.

4. $A_0^* \leq A^*$

имеются ограничения финансирования по созданию и обслуживанию региональной базовой сети.

Общую задачу построения базовой сети в данной формулировке (задача 1) будем называть прямой задачей (прямой общей задачей), а полученное при этом решение – прямым решением.

Решением прямой задачи будем называть набор

$$R_0 = \{H_1^*; A_0^*; S^*(H_1^*, U_0), G^*(H_1^*, W_0), g_1(H_1^*, \Lambda_0), g_2(H_1^*, \Lambda_0)\} \quad (19)$$

элементы которого определены выше.

Данная задача может решаться как задача построения графа при ограничениях, что будет показано ниже. Одним из методов решения, при ограниченном числе региональных узлов может быть, например, метод направленного перебора вариантов, включающий известные алгоритмы построения покрывающих деревьев.

Проблема состоит в том, что прямого решения общей задачи, как правило, может не существовать.

Это может быть обусловлено следующими факторами:

- Величина A_0^* , равная реальным затратам на создание и обслуживание базовой сети, оказывается недопустимо большой, т. е. $A_0^* > A^*$. Причинами этого могут быть как ограниченность региональных ресурсов, так и неподготовленность инфраструктуры связи региона, вызывающая необходимость создания новых каналов связи между региональными узлами, высокие тарифные ставки провайдеров.

- Невозможно на данный момент времени обеспечить связь (построить каналы связи) с некоторыми региональными узлами. Причинами этого могут быть географические и экономические особенности региона.

- Параметры сети, указанные в формуле (8), являются переменными величинами, и к моменту решения создания сети условия задачи меняются. Причинами этого могут быть изменения в регионе, связанные с его географическим развитием (появление новых узлов и пользователей, ликвидация узлов), с изменением социальной политики развития региона (доступ к информационным ресурсам и сервисам предоставляется ограниченному кругу пользователей).

- Изменение приоритетов и целей в политике информатизации региона. Это может быть вызвано необходимостью приоритетного подключения к базовой сети определенного типа пользователей или региональных узлов.

В связи с этим процесс создания сети на практике растягивается во времени и его реализация разбивается на этапы. На каждом этапе выделяются свои ресурсы (финансирование) и решаются свои задачи.

2. Задача поэтапного формирования базовой сети

Необходимость поэтапного решения общей задачи создания региональной базовой сети может быть связана не только с недостатком ресурсов, одновременно выделяемых на создание сети, и отсутствием необходимых технических средств (каналы и узлы связи), но и с наличием отмеченной выше неопределенности, связанной с возможностью изменения условий решения задачи по истечении некоторых интервалов времени. Однако, поскольку изменение условий происходит достаточно длительное время, то имеются интервалы времени, на которых параметры сети (условия задачи) остаются неизменными и для которых возможно получение корректного решения.

При поэтапном методе решения общей задачи формирования базовой сети появляется возможность на каждом этапе решать частные задачи формирования базовой сети со своими начальными условиями, частными целями и ограничениями, которые учитывают и ограниченность имеющихся ресурсов, и изменение условий. Наличие частных целей и ограничений обусловлено конкретными требованиями к сети на каждом этапе, которые формируются в зависимости от наличия ресурсов и социально-политических условий и направлений развития региона.

Таким образом, для решения общей задачи построения базовой сети региона выбирается метод этапов. Суть метода состоит в том, что в процессе поэтапного решения частных задач на каждом этапе получается последовательность результатов решений частных задач, в результате чего появляется последовательность множеств параметров и характеристик базовой сети:

$$NET_{0r}, NET_{1r}, R_r, \quad (20)$$

где r – номер этапа.

Множества, соответствующие NET_0^* , NET_1^* для частной задачи номер r (NET_{0r} , NET_{1r}), могут отличаться по составу от определенных в формулах (7), (16), но включают все аналогичные элементы множеств NET_0^* , NET_1^* .

Также следует отметить, что при поэтапном решении общей задачи часть элементов множества параметров ($NET_{1(r-1)}$), полученного на этапе $(r-1)$, является исходным для этапа номер r , т.е. элементами



множества NET_{0r} . Состав множеств NET_{0r} , NET_{1r} будет определен ниже.

Необходимо, чтобы элементы последовательности множеств $\{NET_{1r}\}_{r=1,2,\dots}$ сходились к значениям, установленным для решения задачи построения базовой сети:

$$x_{1r} = (x_{1r1}, x_{1r2}, \dots, x_{1rN}) \xrightarrow{r} x = (1, 1, \dots, 1); \quad (21)$$

$$m_{1r} = (z_{1r1}, z_{1r2}, \dots, z_{1rN}) \xrightarrow{r} m_0 = (m_{01}, m_{02}, \dots, m_{0M}) . \quad (22)$$

Равенства (21) и (22) обеспечивают включение в состав базовой сети всех узлов региона и подключение к сети всех пользователей региона, имеющих на момент начала решения общей задачи.

При этом может потребоваться, чтобы величина суммарных расходов на создание сети не превышала размер выделенных ресурсов:

$$\sum_{r=1} (b_1 S_r^* + b_2 G_r^* + c_1 g_{1r} + c_2 g_{2r}) \leq A^* . \quad (23)$$

Необходимо также обеспечить выполнение всех ограничений, перечисленных в постановке общей задачи.

Общая задача, при поэтапном методе решения, считается решенной на этапе $r^* \geq 1$, если по окончании этого этапа выполняются условия:

$$x_{1r^*} = (x_{1r^*1}, x_{1r^*2}, \dots, x_{1r^*N}) = x = (1, 1, \dots, 1); \quad (24)$$

$$m_{1r^*} = (m_{1r^*1}, m_{1r^*2}, \dots, m_{1r^*N}) = m_0 = (m_{01}, m_{02}, \dots, m_{0M}) . \quad (25)$$

Общая задача поэтапного формирования базовой сети может быть сформулирована теперь следующим образом:

Задача 2. (Общая задача поэтапного формирования базовой сети региона)

Дано:

Множество исходных данных для первого этапа (некоторые из этих данных могут быть неизменными для решения общей задачи): NET_{01} .

Последовательность объемов ресурсов, выделяемых на создание базовой сети на этапах – $\{A_r^*\}$, $r = 1, 2, \dots$.

Требуется:

Построить последовательности множеств параметров $\{NET_{1r}\}$ и характеристик $\{S_r^*, G_r^*, g_{1r}, g_{2r}\}_{r=1,2,\dots,r^*}$, являющихся решениями частных задач на этапах, так чтобы на каждом этапе выполнялись цели частных задач.

При ограничениях:

1. Ограничения для каждого этапа совпадают с ограничениями, устанавливаемыми при решении частной задачи на этапе.

1. $\sum_{i=1}^N x_{1r^*i} = N$ – все региональные узлы подключены к сети.
2. $m_{1r^*j} = m_{0j}$ – все пользователи региона подключены к сети.
3. Структура базовой сети, задаваемой множеством N_{1r^*} , должна быть полносвязанной.

4. Требуется выполнение одного из следующих ограничений:

а) для каждого $r = 1, 2, \dots, r^*$

$$(b_1 S_r^* + b_2 G_r^* + c_1 g_{1r} + c_2 g_{2r}) \leq A_r^*,$$

если остаток ресурсов не переносится на следующий этап.

б) для каждого $r = 1, 2, \dots, r^*$

$$(b_1 S_r^* + b_2 G_r^* + c_1 g_{1r} + c_2 g_{2r}) \leq A_r^* + (A_{(r-1)}^* - (b_1 S_{(r-1)}^* + b_2 G_{(r-1)}^* + c_1 g_{1(r-1)} + c_2 g_{2(r-1)}))$$

если остаток ресурсов не переносится на следующий этап.

в) суммарная величина расходов на решение общей задачи создания сети не должна превышать величину отпущенных для этого ресурсов:

$$\sum_{r=1}^{r^*} (b_1 S_r^* + b_2 G_r^* + c_1 g_{1r} + c_2 g_{2r}) \leq A^*.$$

Решение частной задачи на этапе r будем задавать набором

$$R_{0r} = \{NET_{1r}, S_r^*, G_r^*, g_{1r}, g_{2r}\},$$

тогда решение общей задачи при поэтапном методе решения будет задано набором R_{0r^*} .

Следует отметить, однако, что возможность поэтапного решения общей задачи в полном объеме за конечное число этапов не всегда существует, поскольку, во-первых, не всегда возможно выполнение условия (23) (аналогичного ограничению 4 прямой задачи) и, во-вторых, возможно такое изменение начальных условий на этапах, которое приводит к необходимости начинать решение заново. Это связано с тем, что на практике объемы требуемых ресурсов со временем могут меняться (так же как и параметры сети), что приводит к необходимости увеличивать число этапов.

В результате получается, что общая задача может решаться сколь угодно долго (постоянно). На практике это соответствует постоянному развитию региональной сети, при котором цели решения и параметры общей задачи меняются, что приводит к появлению новых этапов создания региональной базовой сети. Отсюда следует, что возможен случай, когда $r^* \rightarrow \infty$.



Таким образом, необходимо исследовать поэтапный метод решения общей задачи с целью получения условий ее решения за конечное число этапов. Кроме того, необходимо исследовать и прямой метод решения задачи формирования базовой сети, поскольку, как отмечалось выше, ее решение также не всегда возможно.

Для проведения теоретического исследования методов решения общей задачи построения региональной базовой сети представим эту задачу, как задачу на графе.

Множеству региональных узлов будет соответствовать множество вершин графа $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, а множеству каналов связи N_0 множество ребер – $\Gamma = \{(x_i, x_j)_k\}$, ($k = 1, 2, \dots, K; i, j = 1, 2, \dots, N$), задаваемое парами, где каждой паре (ребру) $(x_i, x_j)_k$ соответствует элемент $h_{0kij} = 1$ множества N_0 , определенного формулой (3). Поскольку каналы связи являются дуплексными (двунаправленными), то граф неориентированный. Две вершины графа могут быть связаны несколькими ребрами (по числу провайдеров). Таким образом, задан исходный граф $G = \{X, \Gamma\}$.

Каждому ребру графа поставим в соответствие вес ребра. Вес ребра $(x_i, x_j)_k$ равен значению элемента u_{0kij} множества U_0 , определенного формулой (5).

Задача 1 формирования базовой сети теперь может быть поставлена следующим образом:

На графе $G = \{X, \Gamma\}$ с множеством весов ребер U_0 и множеством весов вершин N_0 построить минимальное покрывающее дерево, т. е. дерево, суммарный вес ребер которого минимален.

Здесь в качестве варианта структуры сети выбран древовидный граф по следующим соображениям:

- граф такого типа является сильно связным и обеспечивает полносвязную структуру базовой сети;
- алгоритмы построения покрывающих деревьев достаточно широко представлены в литературе и достаточно просты в реализации;
- практика показывает, что большинство реальных базовых сетей имеют древовидную структуру.

Поскольку алгоритмы решения задачи построения покрывающего дерева достаточно широко представлены в литературе, то на процессе построения дерева останавливаться не будем. Однако известно, что необходимым и достаточным условием возможности построения минимального дерева является связность исходного графа. В нашем случае это граф $G = \{X, \Gamma\}$.



Библиографические ссылки

1. Бурков С. М. и др. ХКОИС – Хабаровская краевая образовательная информационная сеть // Труды Хабаровского отделения академии информатизации образования. Хабаровск, 2005.
2. Мендель А. В., Мазаник Н. Н. Проблемы, пути и средства формирования региональных информационных ресурсов для сферы образования // Информационно-коммуникационные технологии в образовании Хабаровского края – 2006: опыт, проблемы и перспективы: Материалы IV краевой науч.-практ. конф. / Под общ. ред. А. М. Короля, А. В. Коровко, Н. Г. Флейдер. Хабаровск, 2006.
3. Иванченко С. Н., Бурков С. М., Мазур А. И. Итоги деятельности и перспективы развития Хабаровского краевого центра новых информационных технологий // К 15-летию информатизации образования России на базе центров ЦНИТ» / Под ред. А. Н. Тихонова, В. П. Кулагина, Л. А. Крукиер, И. Г. Иголжиной. Ростов н/ Д, 2006.
4. Бурков С. М., Мазаник Н. Н., Мендель А. В. Школьный сервер – узел региональной информационной образовательной сети // Информационно-коммуникационные технологии в образовании Хабаровского края - 2007: опыт, проблемы и перспективы: Материалы V краевой науч.-практ. конф. / Под общ. ред. А. М. Короля, Т. С. Крахмалевой, Н. Г. Флейдер, А. Г. Поляковой. Хабаровск, 2007.